الجذور المربّعة

1 ـ الجذر المربّع لعدد حقيقي :

أ ـ تعريف :

a عدد حقيقي موجب:

العدد الحقيقي الموجب الذي مربعه a يسمى الجذر المربّع للعدد a.

ويرمز له ب : $\sqrt{a}$.

أي: $b = \sqrt{a}$ تعني $b^2 = a$ مع $a \geq 0$ و $b \geq 0$.

ب ـ أمثلة :

25 عدد موجب وهو مربع للعدد 5 إذن : $\sqrt{25}=5$.

$\frac{121}{169}$ عدد موجب وهو مربع للعدد $\frac{11}{13}$ إذن : $\sqrt{\frac{121}{169}}=\frac{11}{13}$.

ج ـ نتيجة :

لكل عدد حقيقي موجب a : $\sqrt{a^2} = a$ و $(\sqrt{a})^2 = a$.

2 ـ حل المعادلة : $x^2 = a$.

أ ـ بصفة عامة :

a عدد حقيقي.

↵ يكون للمعادلة : $x^2 = a$ حلا إذا كان العدد الحقيقي a موجبا .

في هذه الحالة المعادلة $x^2 = a$ تقبل حلين هما: $\sqrt{a}$ و $\left(-\sqrt{a}\right)$.

↵ إذا كان العدد الحقيقي a سالبا ؛ ليس للمعادلة $x^2 = a$ حلا .

ب ـ تطبيق :

حل المعادلتين :

$x^2=\frac{16}{25}$ و $x^2=7$

✓ لدينا : $x^2 = \frac{16}{25}$ يعني أن $x=\sqrt{\frac{16}{25}}$ أو $x=-\sqrt{\frac{25}{16}}$ ($\left(\frac{16}{25}\right) > 0$)

أي : $x = \frac{4}{5}$ أو $x = -\frac{4}{5}$

وبالتالي: $\frac{4}{5}$ و $\left(-\frac{4}{5}\right)$ هما حلان للمعادلة $x^2=\frac{16}{25}$.

✓ لدينا : $x^2=7$ ؛ إذن: $x = \sqrt{7}$ أو $x = -\sqrt{7}$ ($7 > 0$)

ومنه العددان: $\sqrt{7}$ و $(-\sqrt{7})$ هما حلان للمعادلة $x^2=7$.

3 ـ العمليات على الجذور المربّعة:

a ـ جذر مربع جداء :

أ ـ خاصيات :

ليكن a و b عددين حقيقين موجبين.

$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$ و $\sqrt{a^2 b} = a\sqrt{b}$

ب ـ تطبيق:

نضع : $x = \sqrt{7 \times 21}$ و $y = \sqrt{7} \times \sqrt{21}$

قارن العددين : x و y .

b ـ جذر مربّع خارج:

أ ـ خاصيات :

ليكن a و b عددين حقيقين موجبين حيث: $b \neq 0$.

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad \text{و} \quad \sqrt{\frac{1}{b}} = \frac{1}{\sqrt{b}} \quad \text{و} \quad \frac{1}{\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{b}}{b}$$

c ـ صيغة المرافق:

أ ــ خاصيـة:

ليكن a و b عددين موجبين قطعا.

لدينا: $\sqrt{a} - \sqrt{b} = \dfrac{a-b}{\sqrt{a} - \sqrt{b}}$

ب ـ إصطلاح :

نقول : العدد $\left(\sqrt{a} - \sqrt{b}\right)$ هو مرافق العدد $\left(\sqrt{a} + \sqrt{b}\right)$.

.... : ..... $\left(\sqrt{a} + \sqrt{b}\right)$.................. $\left(\sqrt{a} - \sqrt{b}\right)$.

ج ـ تطبيق:

قـارن بين العددين : $\left(\sqrt{8} - \sqrt{14}\right)$ و $\left(\sqrt{15} - \sqrt{10}\right)$