نيابة فاس	**الإمتحان التجريبي للباكالوريا**	**2007/2006**
الثانوية التأهيلية مولاي رشيد	مادة الرياضيات	2باك ع ر أ
		المدة : 4س المعامل : 10

تمرين 01

$$\left(0.5+\left(0.5+0.5\right)+\left(0.5+0.75\right)+1+\left(0.75+0.5+0.25\right)+\left(0.5+0.25\right)\right)=6$$

في كل ما يأتي $\mathfrak{M}_3(\mathbb{R})$ **هي مجموعة المصفوفات المربعة الحقيقية من الرتبة** 3 **. نضع :**

$$I=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix} \quad \text{و} \quad J=\begin{pmatrix}1&1&1\\1&1&1\\1&1&1\end{pmatrix} \quad \text{و} \quad K=\begin{pmatrix}0&1&1\\1&0&1\\1&1&0\end{pmatrix}$$

لكل عدد حقيقي λ **نضع :** $I_\lambda=\lambda.I$.

نعرف المجموعة : $E=\left\{\begin{pmatrix}a&a+b&a+b\\a+b&a&a+b\\a+b&a+b&a\end{pmatrix}/(a,b)\in\mathbb{R}^2\right\}$

1) **أ) بين أن :** $(\forall\lambda\in\mathbb{R})(\forall A\in\mathfrak{M}_3(\mathbb{R}))\quad \lambda A=I_\lambda A=AI_\lambda$

ب) استنتج أن لكل α **و** β **من** $\mathbb{R}$ **و لكل** A **و** B **من** $\mathfrak{M}_3(\mathbb{R})$ **لدينا:**

$$(\alpha.A)B=A(\alpha.B)=\alpha.(AB) \quad \text{و} \quad (\alpha.A)(\beta.B)=(\alpha\beta).(AB)$$

2) **ا) احسب** J^2 **و** J^3

ب) بين أن لكل n **من** $\mathbb{N}^*$ **فإن** $J^n=u_nJ$ **بحيث** u_n **عدد حقيقي ينبغي تحديده بدلالة** n .

ج) عبر عن K **بدلالة** I **و** J **و استنتج عبارات لكل من :** JK **و** KJ **و** K^2 **على شكل :** $u.J+v.K$
بحيث : $(u,v)\in\mathbb{R}^2$

3) **بين أن** E **جزء مستقر من** $(\mathfrak{M}_3(\mathbb{R}),+)$ **و من** $(\mathfrak{M}_3(\mathbb{R}),\times)$ **و أن** $(E,+,\times)$ **حلقة تبادلية و واحدية وحدد وحدتها.**

4) **ا) بين أن** $(E,+,.)$ **فضاء متجهي حقيقي و أن** (J,K) **أساس له. كم يساوي** $\dim E$ **؟**

ب) بين أن $C=(I,J)$ **أساس للفضاء المتجهي** E **و حدد إحداثيتي كل عنصر من** E **في هذا الأساس.**

5) **نعتبر مصفوفتين :** $A=u.I+v.J$ **و** $A'=x.I+y.J$ **بحيث :** $AA'=I$.

أ) بين أن : $u(u+3v)\neq 0$ **ثم حدد كلا من** x **و** y **بدلالة** u **و** v .

ب) استنتج $(E)^*$ **مجموعة العناصر التي تقبل مقلوبا في الحلقة** $(E,+,\times)$.

6) **حل في** E **المعادلة :** $X^2=X$.

تمرين02

$$\big((1+0.25)+(0.75+0.5+0.25)+0.75\big)=3.5$$

في كل ما يأتي : $j=-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$ و $U=\{z\in\mathbb{C}/|z|=1\}$ و $U_1=U\setminus\{i\}$ و $U_2=U\setminus\{-i\}$

و $E=\mathbb{C}\setminus\{i\}$ و $F=\mathbb{C}\setminus\{-i\}$

المستوى العقدي منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{e}_1,\vec{e}_2)$.

نعرف الدالتين f **و** g **ب :** $f(z)=\frac{1-iz}{z-i};g(z)=\frac{1+iz}{z+i}$.

1) **بين أن** f **تقابل من** E **نحو** F **وعرف تقابله العكسي وأن** g **تقابل من** F **نحو** E **وعرف تقابله العكسي.**

2) أ) **تحقق من أن :** $\bar{u}=\frac{1}{u}$ $(\forall u\in U)$

ب) **استنتج أن:** $(\forall u\in U_2)\ \overline{g(u)}=g(u)$ **و** $(\forall u\in U_1)\ \overline{f(u)}=f(u)$

ج) **بين أن :** $f(U_1)=\mathbb{R}$ **و** $f(\mathbb{R})=U_2$ **واستنتج أن :** $g(U_2)=\mathbb{R}$ **و** $g(\mathbb{R})=U_1$.

3) **نعتبر المعادلة :** $\left(\frac{1-iz}{z-i}\right)^6=1$ (E) . S **هي مجموعة حلولها.**

أ) **بين أن :** $S\subset\mathbb{R}$.

ب) **حل المعادلة** (E) **واكتب بالشكل الجبري كلا من حلولها الست.**

تمرين03

$$\big(0.25+(0.5+0.25+0.5)+0.75\big)=2.25$$

1) **باستعمال التفكيك إلى جذاء من عوامل أولية و مبرهنة كوص ، بين أن كل عدد صحيح طبيعي غير منعدم** n **يكتب بكيفية وحيدة على شكل :**

$n=2^u(2v+1)$ **بحيث :** $(u,v)\in\mathbb{N}^2$

2) **في هذا السؤال** N **عدد صحيح طبيعي بحيث :** $N\geq 2$. **نضع :** $x=\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+...+\frac{1}{N}$

لكل k **من** $\{1,2,...,N\}$ **نضع :** $k=2^{u_k}(2v_k+1)$ **بحيث :** $(u_k,v_k)\in\mathbb{N}^2$ **و نعرف العدد الصحيح :**

$u=\max(u_1,u_2,...,u_N)$

أ) **نفترض أن** k **و** l **من المجموعة** $\{1,2,...,N\}$ **يحققان :** $k<l$ **و** $u_k=u_l=u$. **بين أن :** $v_k<v_l$ **و استنتج أن :** $2^u(2v_k+2)\in\{1,2,...,N\}$.

ب) **استنتج أن :** $u=u_k$ $(\exists!k\in\{1,2,...,N\})$

ج) بين أن $x=\frac{m}{m'}$ بحيث m عدد فردي و m' عدد زوجي.

3) بين أن : $(\forall N\in\mathbb{N})\quad N\geq 2\Rightarrow \frac{1}{1}+\frac{1}{2}+...+\frac{1}{N}\notin\mathbb{N}$

مسألة:

$$\big((0.5+0.5+0.25)+2.5+(0.5+0.5+0.5+0.25+0.5+0.25)+(0.5+0.5)+(0.25+0.25+0.5)+0.5\big)=8.25$$

لكل عدد صحيح طبيعي n نعرف الدالة f_n ب : $f_n(x)=\int_1^x t(\ln t)^n\,dt$. نؤكد أن : $f_0(x)=\int_1^x t\,dt$.

1) باستعمال مكاملة بالأجزاء ، بين أن :

$$(\forall n\in\mathbb{N}^*)(\forall x\in]0,+\infty[)\quad 2f_n(x)+nf_{n-1}(x)=x^2(\ln x)^n$$

2) أ) بين بالترجع أن الدالة f_n تقبل نهاية L_n عندما يؤول x إلى 0 على اليمين و أن:

$$\begin{cases} L_0=-\frac{1}{2} \\ (\forall n\in\mathbb{N}^*)\ L_n=-\frac{n}{2}L_{n-1} \end{cases}$$

ب) اعط الصيغة الصريحة للحد العام للمتتالية $(L_n)_{n\geq 0}$.

ج) بين أن لكل عدد صحيح طبيعي n الدالة f_n تقبل تمديدا بالاتصال g_n في النقطة 0 على اليمين .

3) أ)عبر بدون رمز التكامل عن كل من : $g_0(x)$ و $g_1(x)$ لكل x من المجال $]0,+\infty[$.

ب) استنتج أن : $(\forall x\in]0,+\infty[)\quad g_2(x)=\frac{x^2}{4}\left(2(\ln x)^2-2\ln x+1\right)-\frac{1}{4}$ و $g_2(0)=-\frac{1}{4}$

4) أ) حدد : $\lim_{x\to+\infty} g_1(x)$

ب) أدرس قابلية الإشتقاق للدالة g_1 في النقطة 0 و اعط تأويلا هندسيا للنتيجة.

ج) أدرس الفرع اللانهائي بجوار $+\infty$ ل C_1 منحنى الدالة g_1 .

د) ادرس تقعر C_1 و حدد نقط الانعطاف له .

ه) اعط جدول التغيرات للدالة g_1 .

و) أنشئ C_1 في معلم متعامد .

5) أنجز نفس الأسئلة بالنسبة للدالة g_2 (نرمز ب C_2 لمنحناها) و أنشئ C_2 في شكل مستقل عن السابق.

6) نعرف المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ ب : $(\forall n\in\mathbb{N})\ u_n=f_n(e)=\int_1^e t(\ln t)^n\,dt$

أ) بين أن : $(\forall n\in\mathbb{N}^*)\quad 2u_n+nu_{n-1}=e^2$

ب) بين أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ تناقصية و استنتج أن : $\frac{e^2}{n+3}\leq u_n\leq\frac{e^2}{n+2}$

ج) احسب كلا من : $\lim_{n\to+\infty} u_n$ و $\lim_{n\to+\infty}(nu_n)$